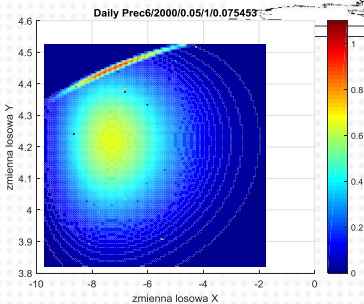
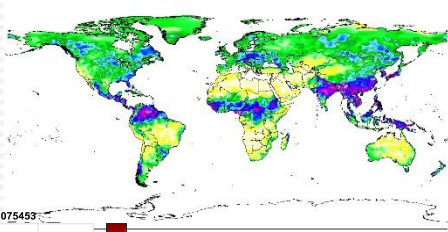


Charakterystyka wieloletniej zmienności ekstremalnych opadów dobowych dla obszaru Polski



Bernard TWARÓG

Politechnika Krakowska

Wydział Inżynierii Środowiska i Energetyki

Kraków, 24 września 2021 r.



Cel i zakres badań

Niniejszy artykuł jest kontynuacją zaprezentowanych analiz długotrwałych ciągów opadowych sum miesięcznych na obszarach najbardziej narażonych na zjawiska ekstremalne: zlewni górnej Wisły oraz górnej i środkowej Odry.

Obecnie, prezentowane wyniki analiz dotyczą sum dobowych opadów w wybranych zlewniach rzek Wisły i Odry.

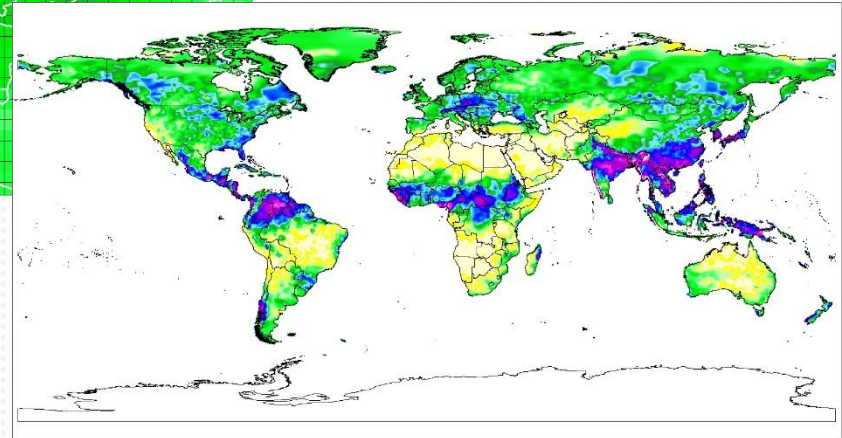
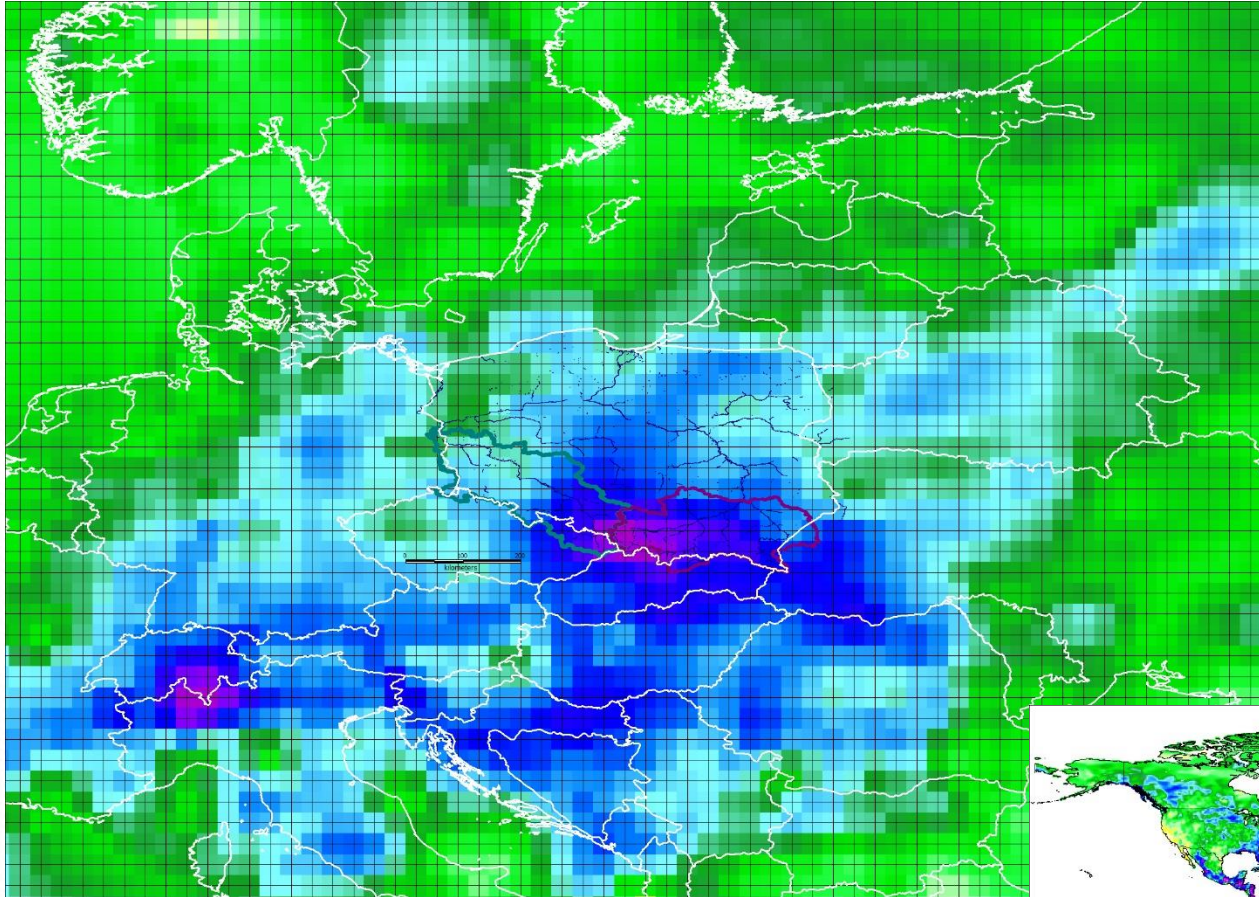
Materiał badawczy i metodyka

- Artykuł prezentuje wieloprzekrojową analizę opadów dobowych opartą na bazie danych GPCC dla zlewni na obszarze Polski
- Analizie poddano dane z okresu 1979 do 2017 o rozdzielczości przestrzennej $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ długości i szerokości geograficznej.
- Analizowany zbiór danych został poddany obróbce przestrzennej (GIS) oraz statystycznej pod kątem określenia ekstremalnych wartości sum dobowych w analizowanych zlewniach.
- Dokonano oceny zjawiska okresowości ekstremalnych opadów dobowych jak również wykonano obliczenia trendów zmian klimatycznych.
- Dla analizowanych zlewni w oparciu o zbiór ekstremalnych opadów sum dobowych wyznaczono obwiednie ekstremalnych sum opadów dobowych z wykorzystaniem rozkładu „Marshall – Olkin copula”.

Produkty GPCC

- Wszystkie produkty GPCC są gridowymi zestawami danych opadów dla powierzchni ziemi, niedostępnymi w czasie rzeczywistym
- Dostępne są tylko dane miesięczne w rozdzielczościach przestrzennych $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ do $2,5^\circ \times 2,5^\circ$ długości i szerokości geograficznej
- Dane te są udostępniane poprzez Internet (<http://gpcc.dwd.de>)
- Produkty są opracowywane w oparciu o kompletne informacje z bazy danych opadów świata z ponad 97000 różnych stacji, których surowe dane są chronione i nie są udostępniane

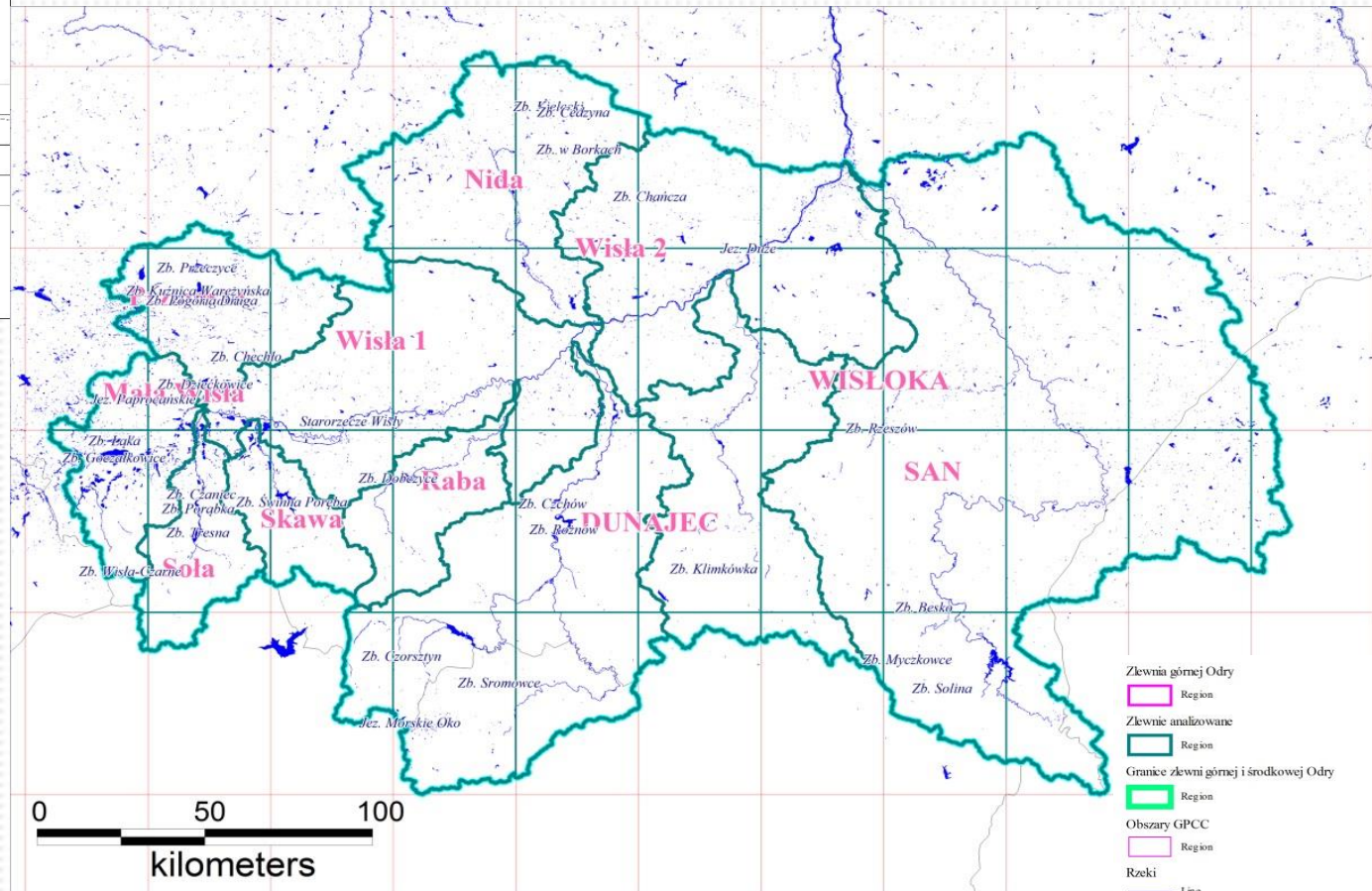
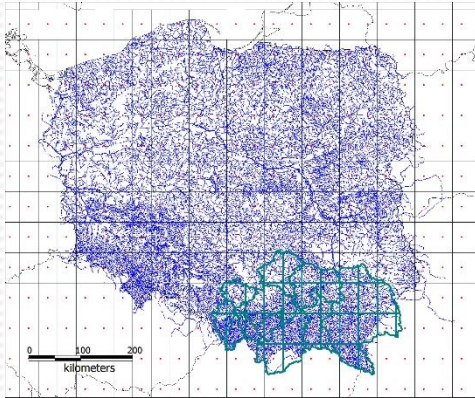
Przykład danych opadowych GPCP



Zakres analizy

- Źródło danych GPCC
- Suma opadów dobowych
- Przedział czasu: 01/01/1979 – 31/12/2017, 39 lat
- Rozdzielczość przestrzenna $0,5^{\circ} \times 0,5^{\circ}$ długości i szerokości geograficznej
- Obszar prezentowany: górna Wisła, górna i środkowa Odra
- Przedmiot analiz opadów maksymalnych rocznych:
 - statystyki wartości maksimum rocznych sum opadów dobowych
 - analiza częstotliwościowa statystyk maksimum rocznych sum opadów dobowych
 - określenie trendów statystyk wartości maksimum rocznych sum opadów dobowych
- Określenie postaci obwiedni dla MAX sum opadów dobowych

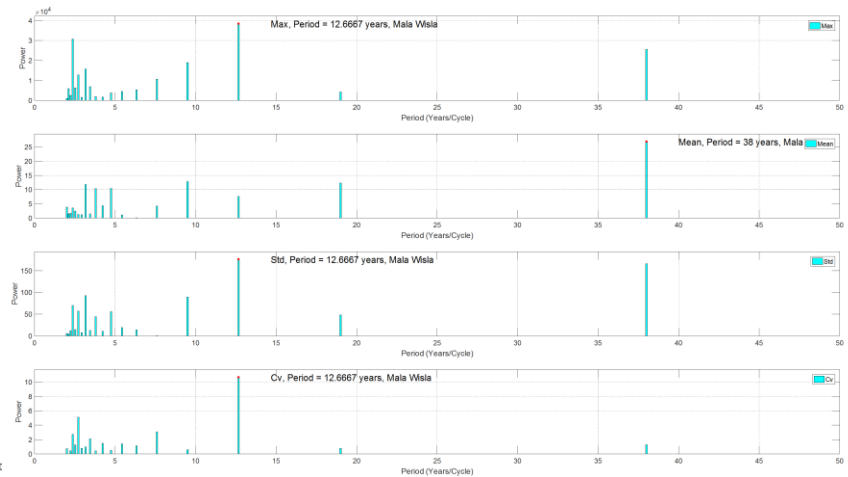
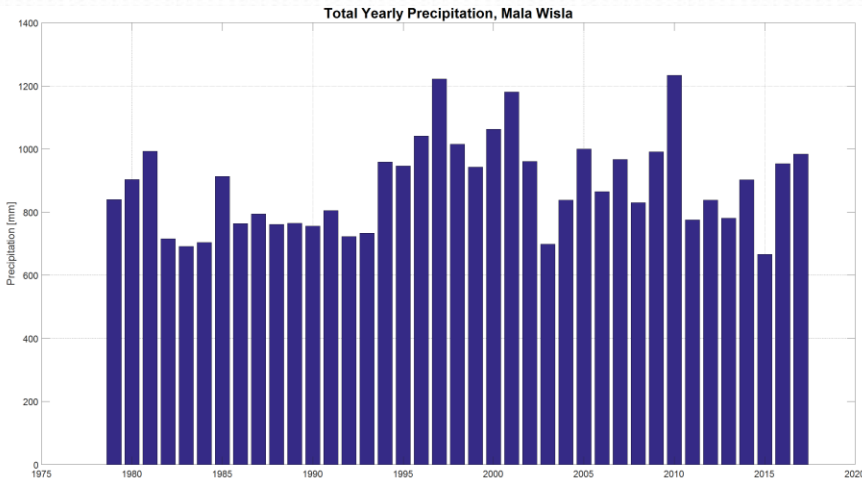
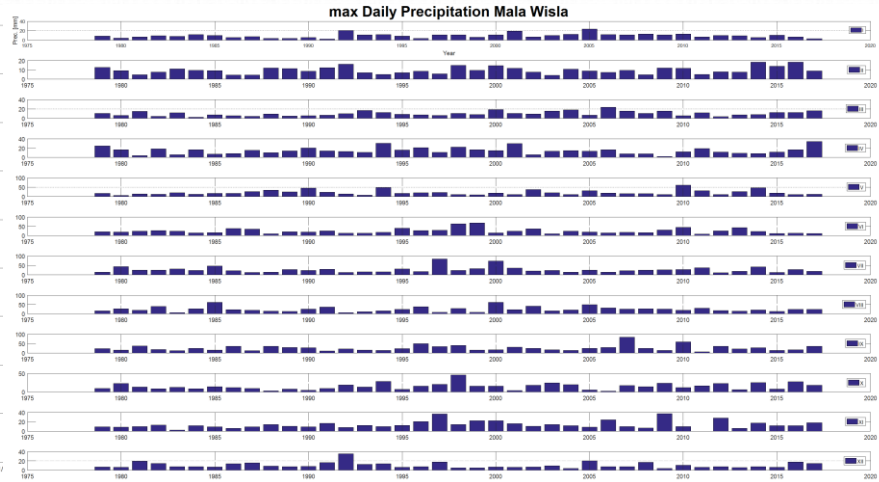
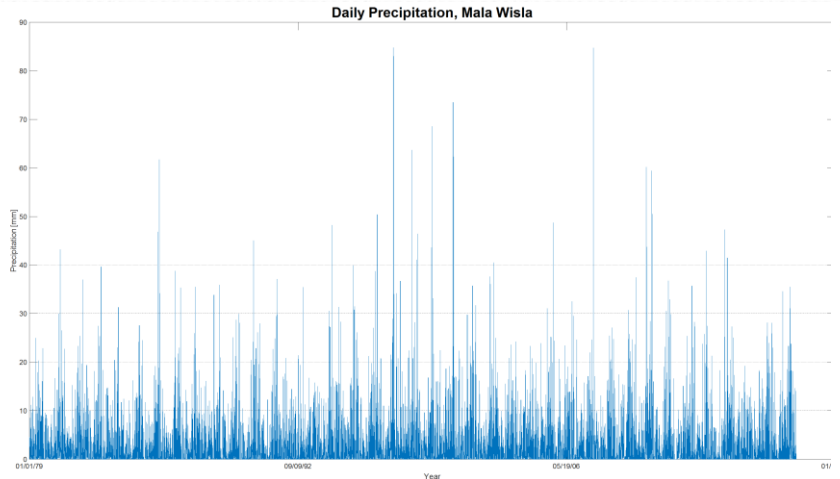
Zlewnie górnej Wisły



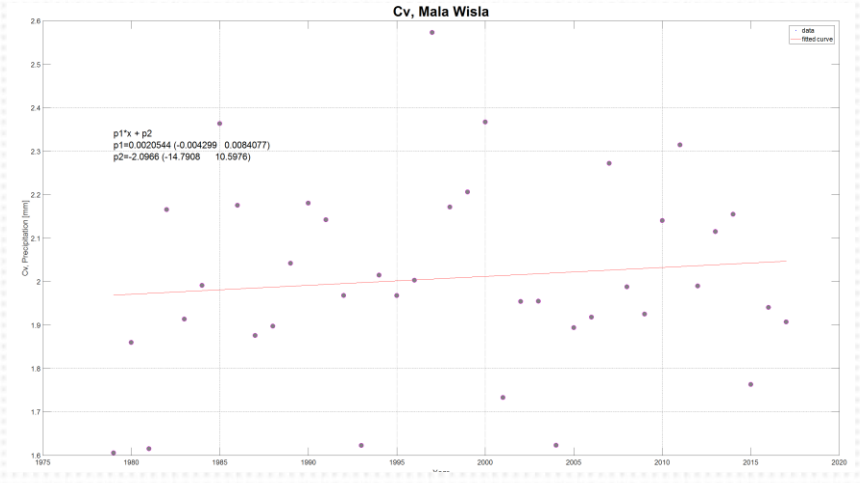
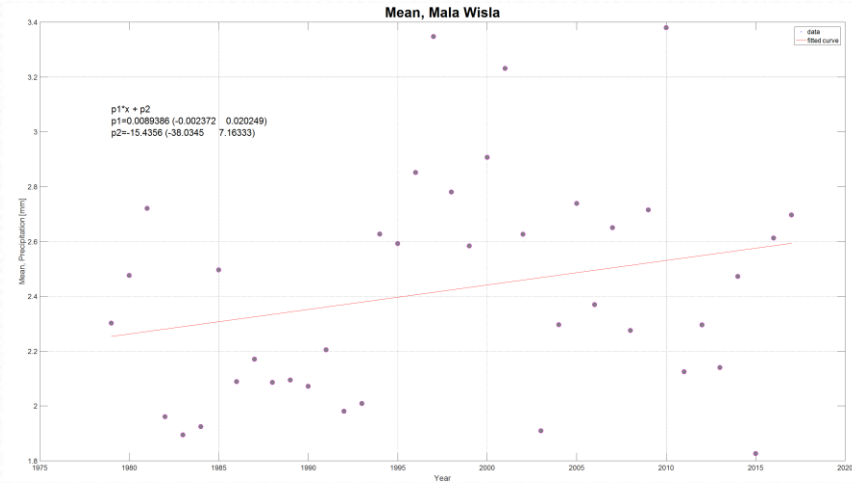
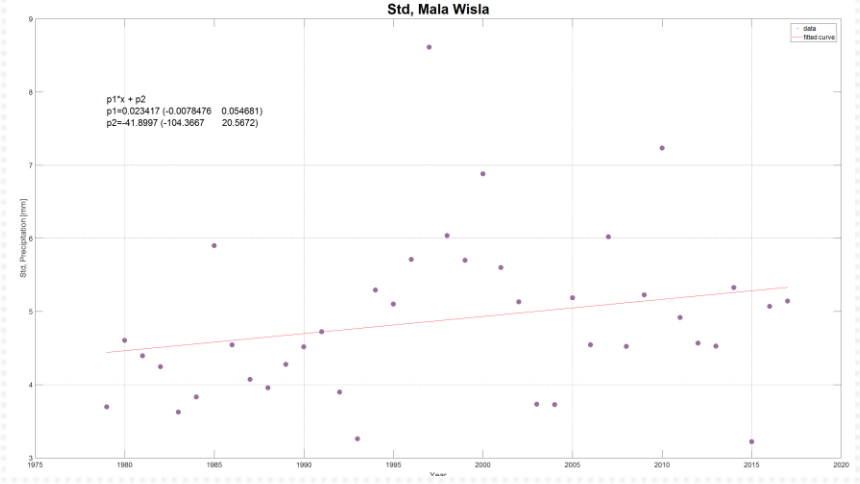
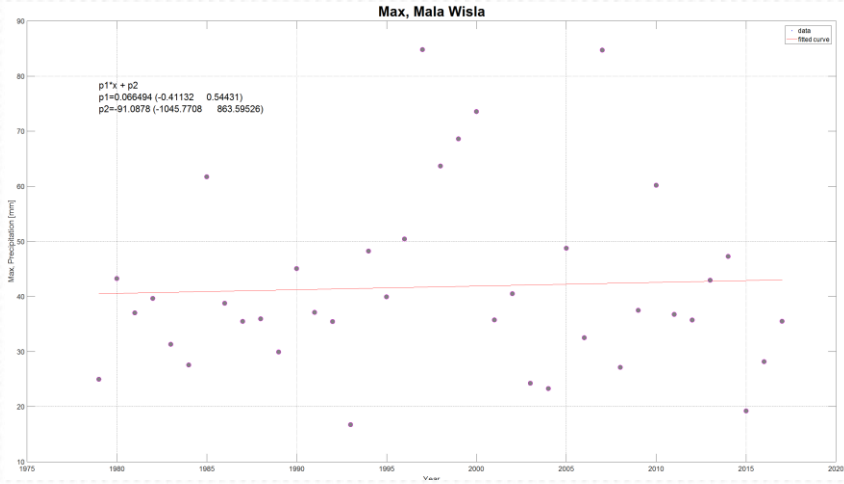
- Zlewnia górnej Odry
 - Region
- Zlewnie analizowane
 - Region
- Granice zlewni górnej i środkowej Odry
 - Region
- Obszary GPCC
 - Region
- Rzeki
 - Line
- Zbiorniki i jeziora
 - Region
- Miasta
 - Region

ID	NAZ_ZLEWNI	Area [km ²]
22	San	16803
212	Przemsza	2118
214	Dunajec	6776
216	Nida	3832
218	Wisłoka	4085
2110	Mała Wisła	1816
2111	Wisła 1	5068
2112	Wisła 2	5541
2132	Soła	1357
2134	Skawa	1174
2138	Raba	1532

Przykłady analizy, mała Wisła

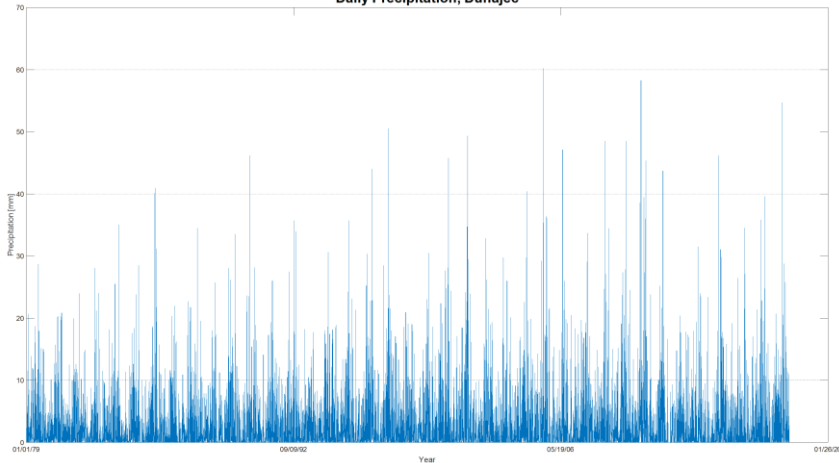


Analizy trendów opadów dobowych, mała Wisła

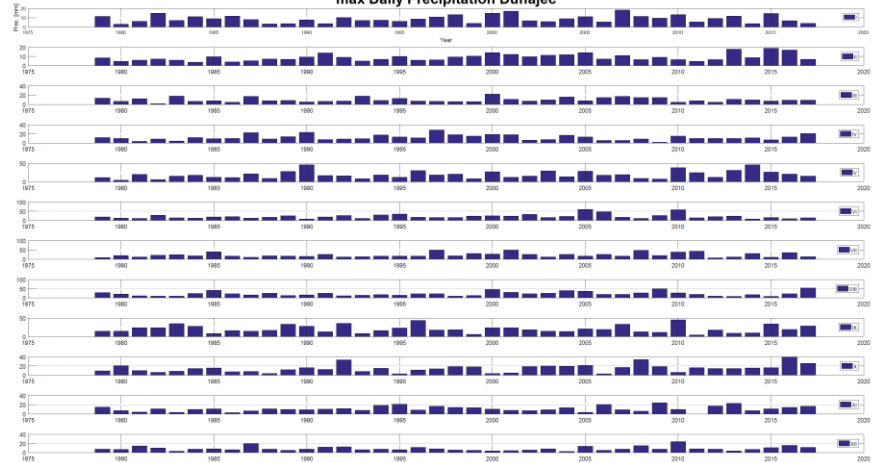


Dunajec

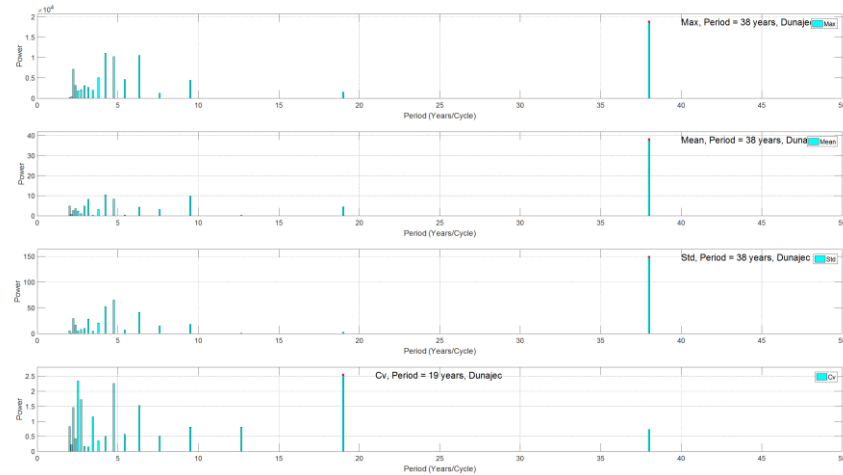
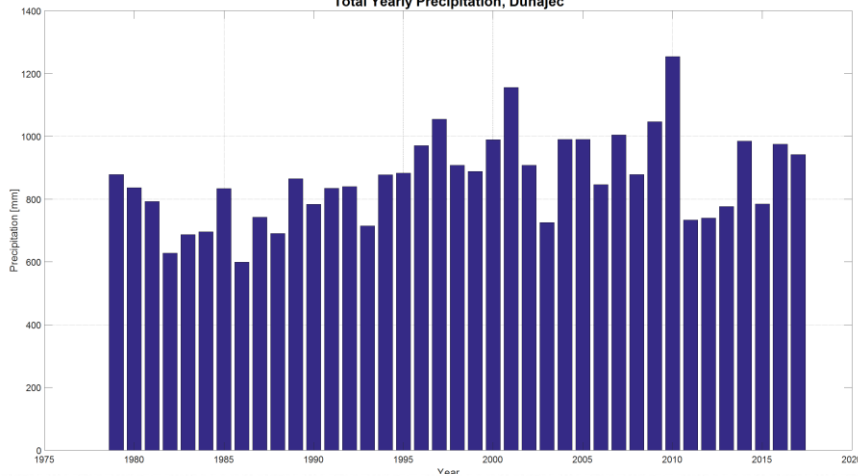
Daily Precipitation, Dunajec



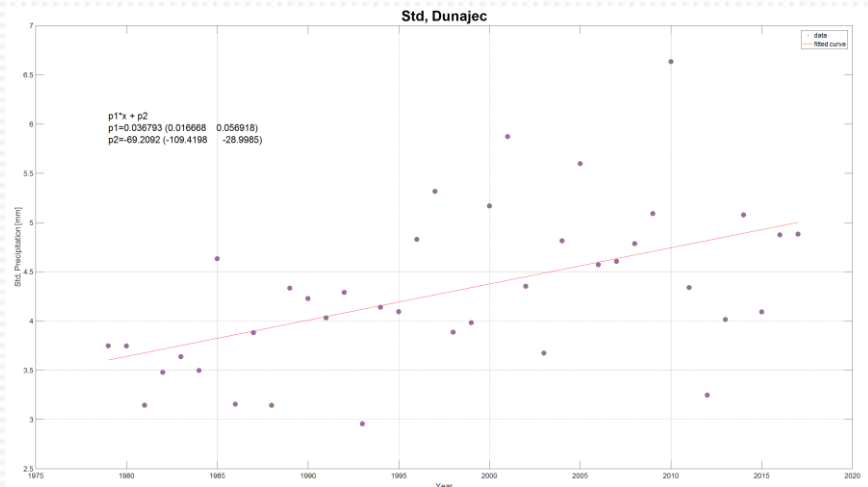
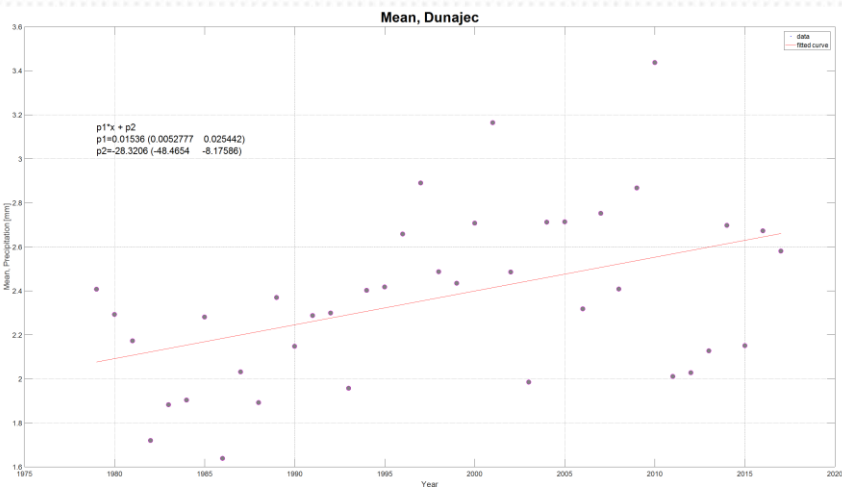
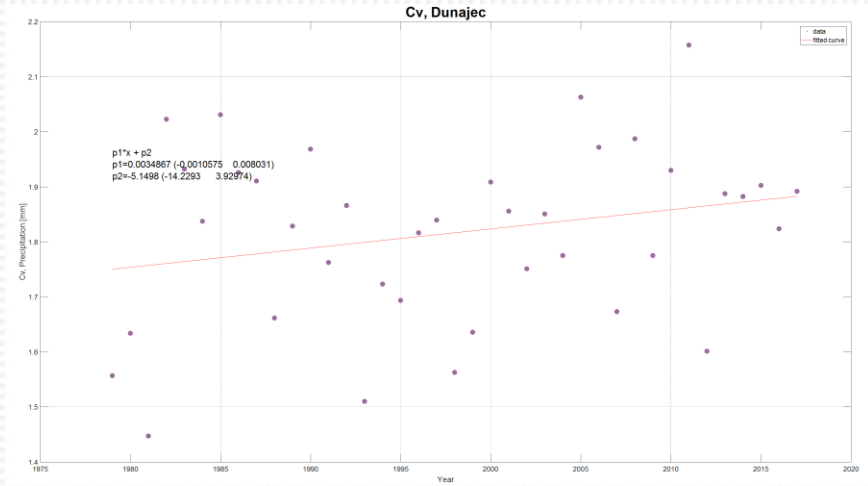
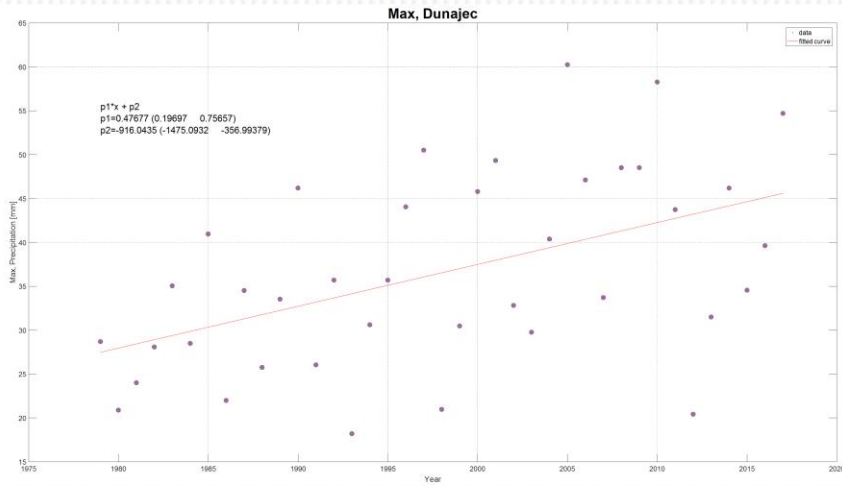
max Daily Precipitation Dunajec



Total Yearly Precipitation, Dunajec



Analizy trendów opadów dobowych, Dunajec

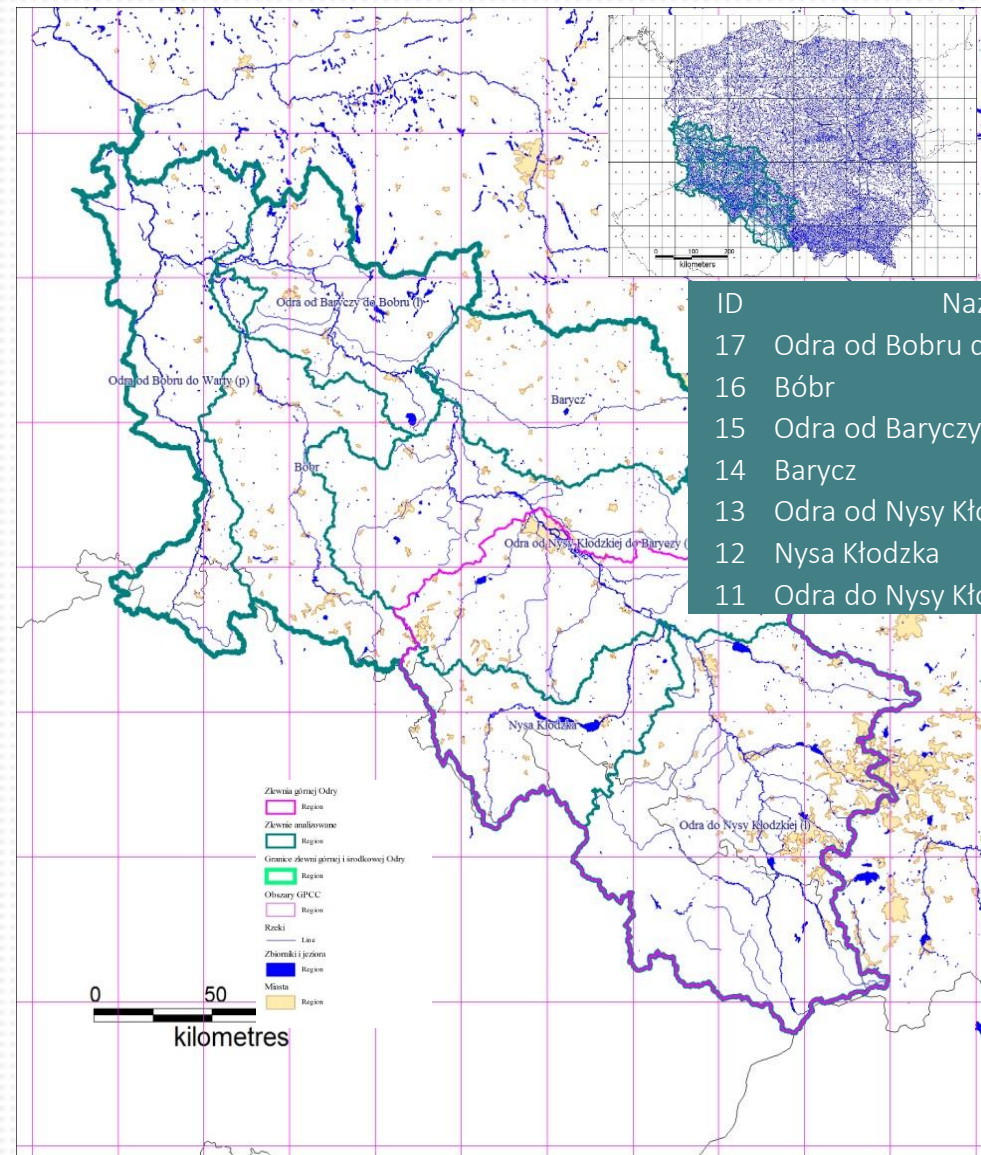


MAX sumy opadów dobowych

Wartości liniowego trendu (95%)

	ID_HYD	NAZ_ZLEWNI	Area [km ²]	Slope [mm/rok]	DG [mm/rok]	GG [mm/rok]
1	22	SAN	16803	-0.072	-0.342	0.198
2	212	Przemsza	2119	0.128	-0.217	0.473
3	214	DUNAJEC	6777	0.477	0.197	0.757
4	216	Nida	3832	0.138	-0.181	0.458
5	218	WISLOKA	4086	0.387	0.157	0.618
6	2110	Mala Wisla	1816	0.066	-0.411	0.544
7	2111	Wisla 1	5069	0.210	-0.098	0.519
8	2112	Wisla 2	5542	0.275	0.044	0.506
9	2132	Sola	1357	0.140	-0.324	0.604
10	2134	Skawa	1175	0.070	-0.323	0.463
11	2138	Raba	1533	0.286	-0.024	0.595

Zlewnie górnej i środkowej Odry

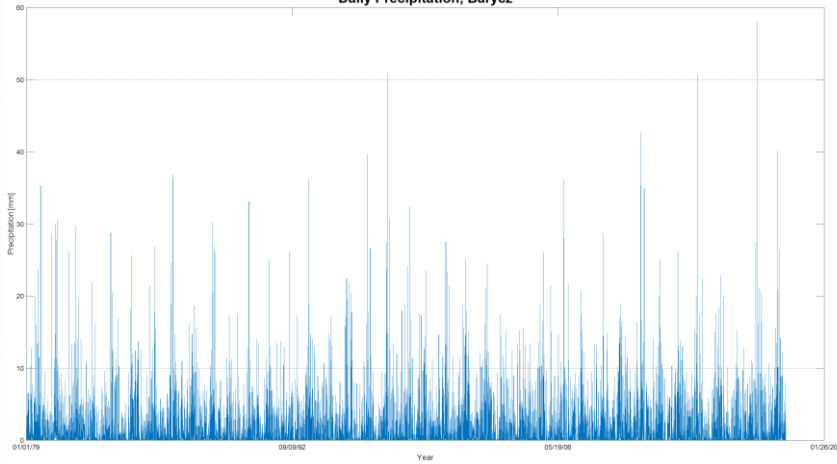


ID	Nazwa zlewni	Area [km ²]
17	Odra od Bobru do Warty (p)	6836
16	Bóbr	5874
15	Odra od Baryczy do Bobru (l)	4991
14	Barycz	5547
13	Odra od Nysy Kłodzkiej do Baryczy (p)	12409
12	Nysa Kłodzka	4570
11	Odra do Nysy Kłodzkiej (l)	13436

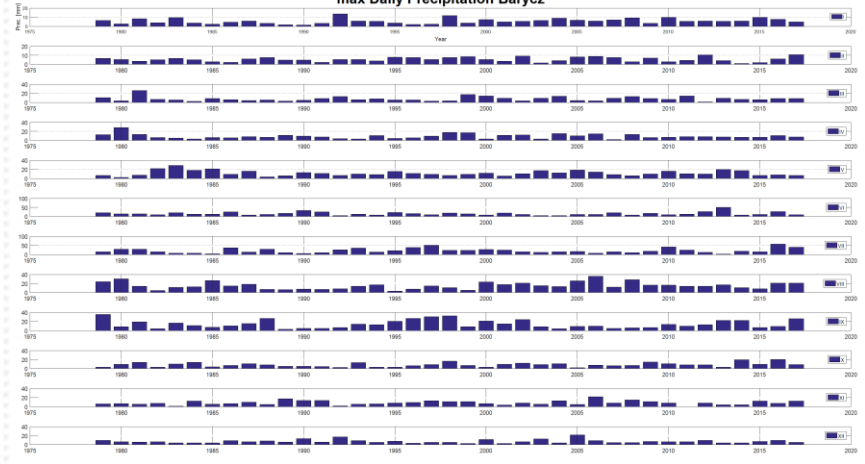
ID	Nazwa zewni	Area [km ²]
178	Ilanka	495
179	Odra od Ilanki do Warty (p)	179
177	Odra od Pliszki do Ilanki (p)	235
176	Pliszka	389
158	Olobok	323
175	Odra od Nysy Luzyckiej do Pliszki (p)	544
172	Biała	288
173	Odra od Białej do Nysy Luzyckiej (l)	299
	Odra od Obrzyca do Oloboku (p)	198
	Odra od Oloboku do Bobru (l)	534
	Nysa Luzycka (Luzicka Nisa)	14
	Bobr od Czernej Wielkiej do ujścia	664
	Odra od Krzyckiego Rowu do Obrzyca (p)	434
	Obrzyca	1805
	Krzycki Row	563
	Odra od Rudnej do Krzyckiego Rowu (p)	714
	Polski Row	831
	Odra od Baryczy do Rudnej (l)	26
	Orla	1601
	Barycz od Polskiego Rowu do ujścia	6
152	Rudna	395
167	Bobr od Kwisy do Czernej Wielkiej (l)	59
147	Barycz od Orli do Polskiego Rowu (p)	396
164	Szprotawa	872
141	Barycz do Polskiej Wody (l)	910
165	Bobr od Szprotawy do Kwisy (l)	296
145	Barycz od Sasiecznicy do Orli (p)	323
143	Barycz od Polskiej Wody do Sasiecznicy (l)	517
142	Polska Woda	463
139	Odra od Kaczawy do Baryczy (p)	916
144	Sasiecznica (Sieczka)	499
168	Czarna Wielka	948
137	Odra od Widawy do Kaczawy (l)	1068
136	Widawa	1746
138	Kaczawa	2263
166	Kwisa	1028
163	Bobr od Kamiennej do Szprotawy (p)	963
162	Kamienna	273
161	Bobr do Kamiennej (l)	770

Barycz

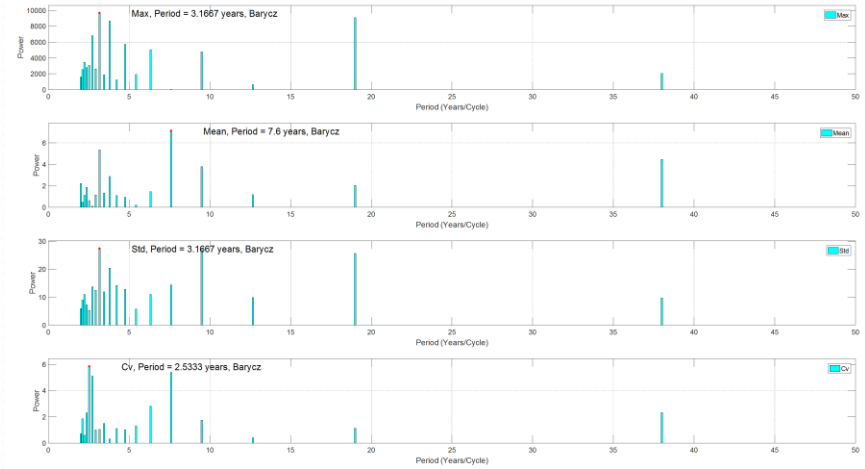
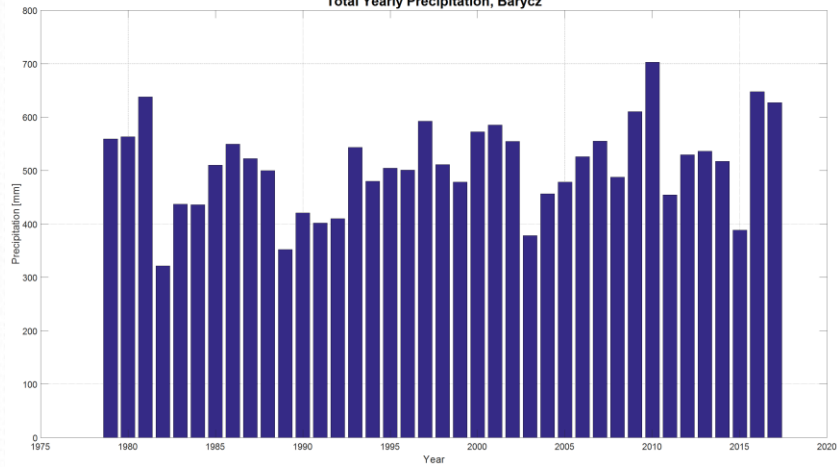
Daily Precipitation, Barycz



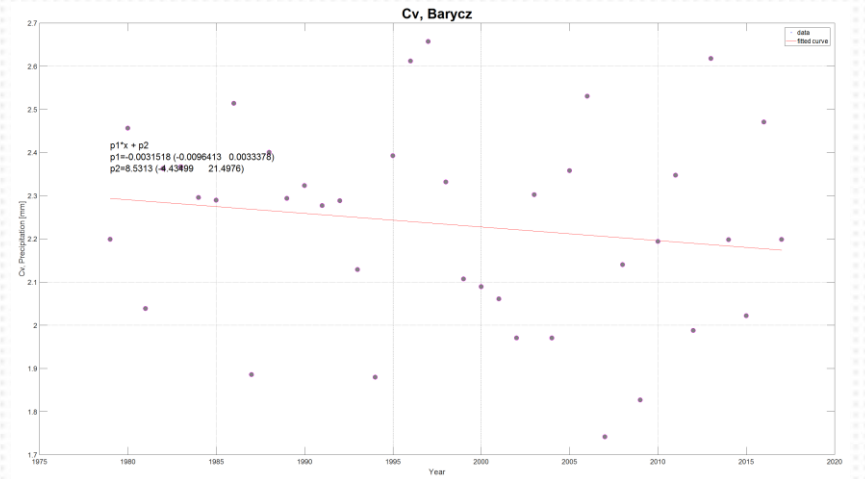
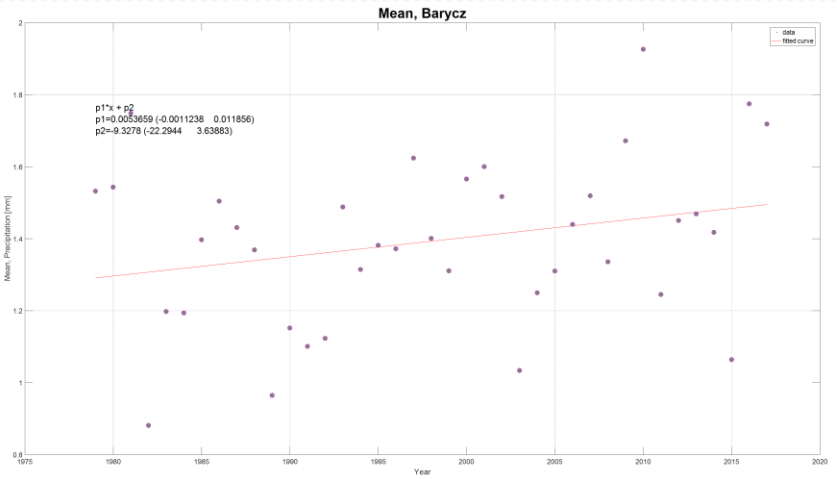
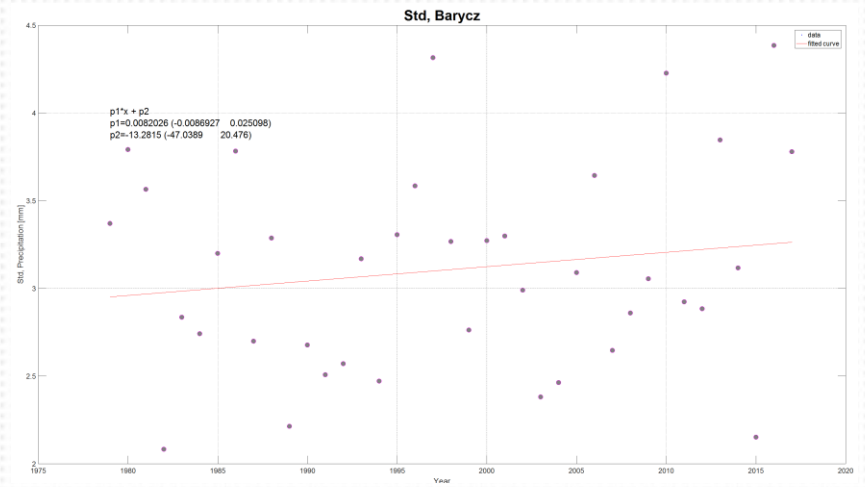
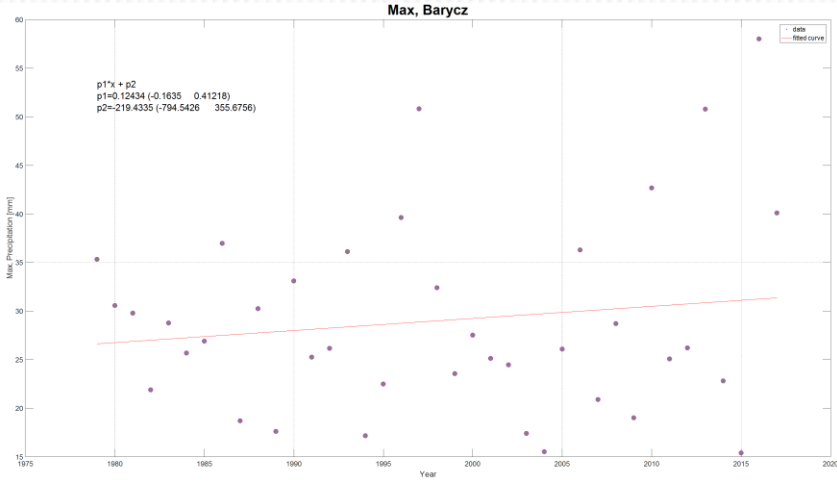
max Daily Precipitation Barycz



Total Yearly Precipitation, Barycz

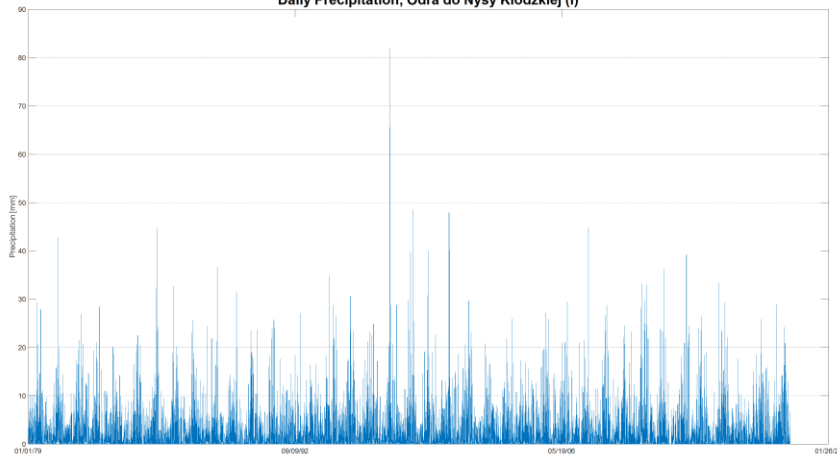


Barycz

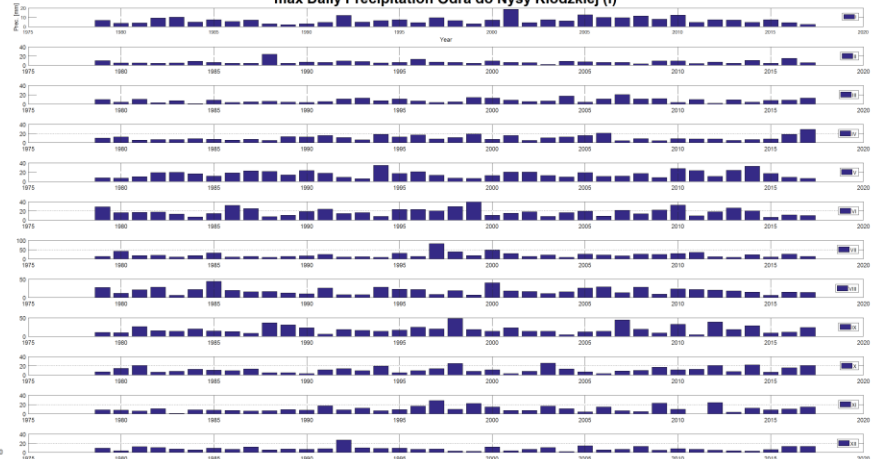


Odra do Nysy Kłodzkiej

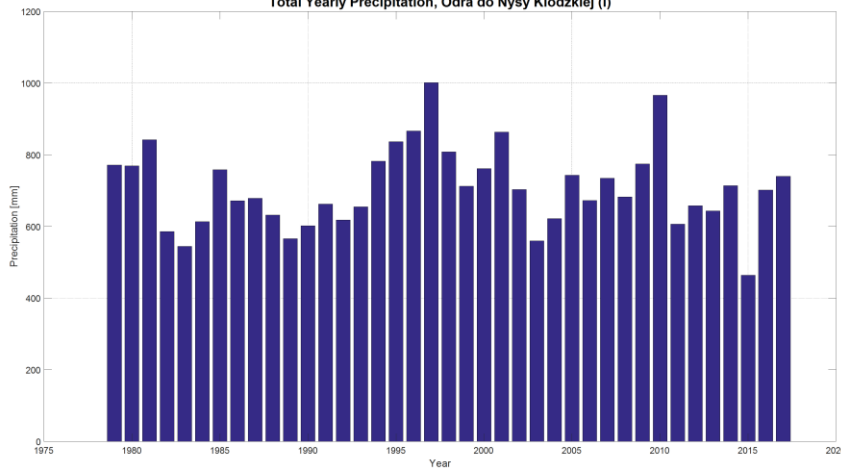
Daily Precipitation, Odra do Nysy Kłodzkiej (l)



max Daily Precipitation Odra do Nysy Kłodzkiej (l)



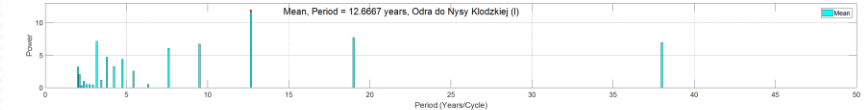
Total Yearly Precipitation, Odra do Nysy Kłodzkiej (l)



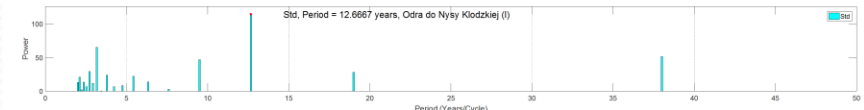
Max, Period = 12.6667 years, Odra do Nysy Kłodzkiej (l)



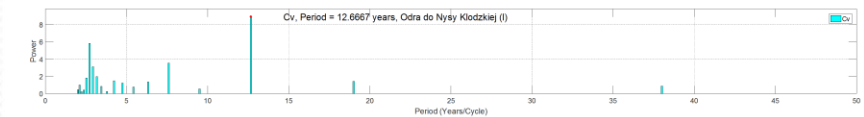
Mean, Period = 12.6667 years, Odra do Nysy Kłodzkiej (l)



Std, Period = 12.6667 years, Odra do Nysy Kłodzkiej (l)

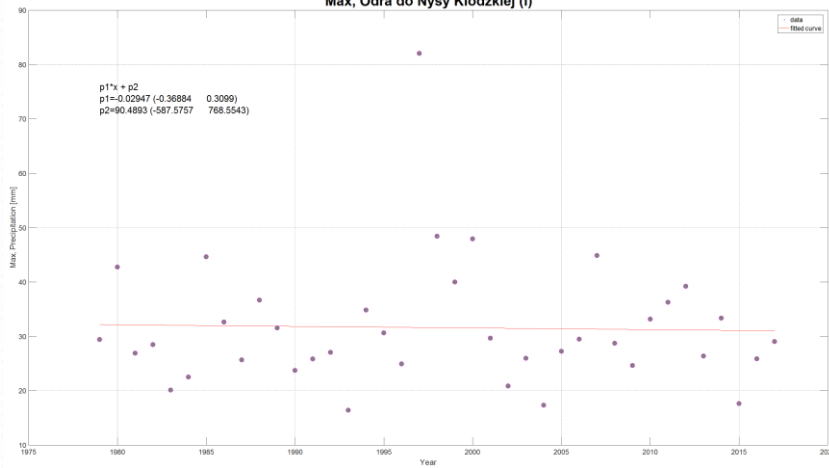


CV, Period = 12.6667 years, Odra do Nysy Kłodzkiej (l)

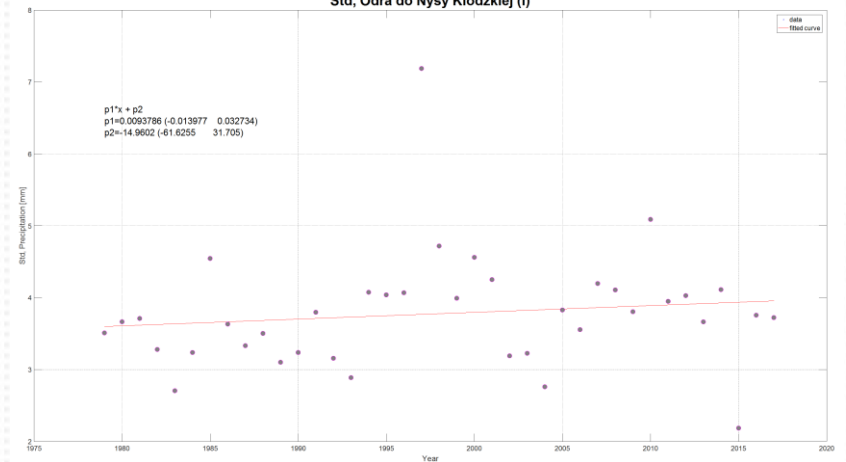


Odra do Nysy Kłodzkiej

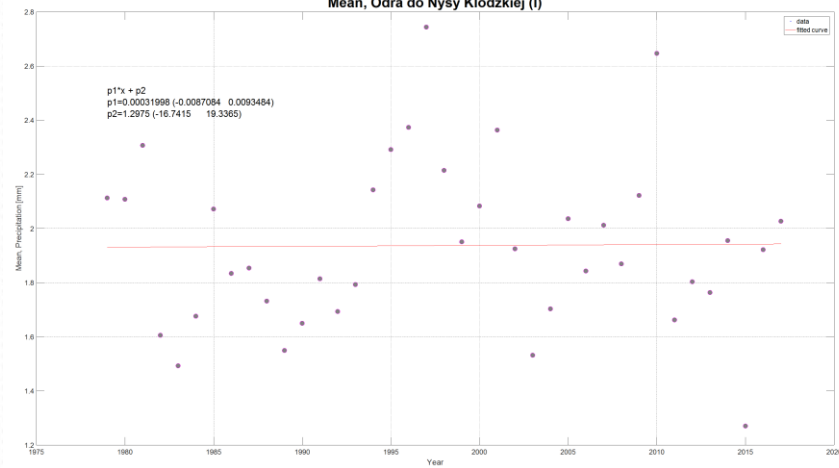
Max, Odra do Nysy Kłodzkiej (I)



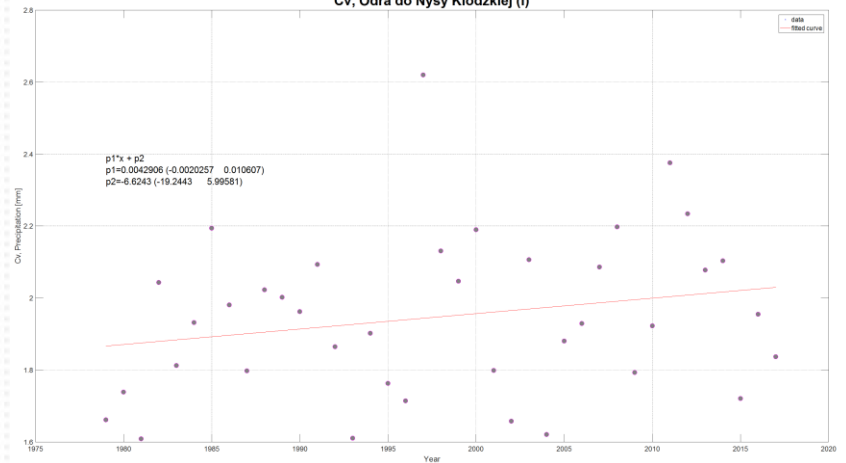
Std, Odra do Nysy Kłodzkiej (I)



Mean, Odra do Nysy Kłodzkiej (I)



Cv, Odra do Nysy Kłodzkiej (I)



Trendy MAX sum dobowych opadów, 1979-2017. gsO.

ID	ID_HYD	Nazwa	Area [km2]	Slope [mm/rok]	DG [mm/rok]	GG [mm/rok]
1	17	Odra od Bobru do Warty (p)	6836	0.132	-0.192	0.456
2	16	Bóbr	5874	0.233	-0.165	0.630
3	15	Odra od Baryczy do Bobru (l)	4991	0.275	-0.104	0.654
4	14	Barycz	5547	0.124	-0.163	0.412
5	13	Odra od Nysy Kłodzkiej do Baryczy (p)	12409	0.094	-0.155	0.343
6	12	Nysa Kłodzka	4570	-0.248	-0.540	0.043
7	11	Odra do Nysy Kłodzkiej (l)	13436	-0.029	-0.369	0.310

Marshall - Olkin Copula

GEV (Generalized Extreme Value Distribution)

$$F(x) = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \right\}. \quad (1)$$

Define, for $\{x : 1 + \xi(x - \mu)/\sigma > 0\}$, $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$, and $-\infty < \xi < \infty$, where μ is the location parameter, ξ is the shape parameter, and σ is the scale parameter [4, 5]. There are three classes of the generalized extreme value family of distribution. Their differences depend only on the value of the shape parameter ξ .

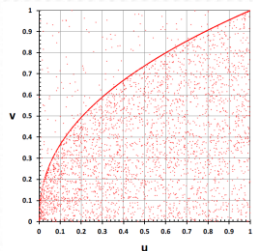
The Marshall-Olkin copula is

$$C(u, v) = \min \left[u^{1-\alpha} v, uv^{1-\beta} \right] = \begin{cases} u^{1-\alpha} v & u^\alpha \geq v^\beta \\ uv^{1-\beta} & u^\alpha \leq v^\beta \end{cases}$$

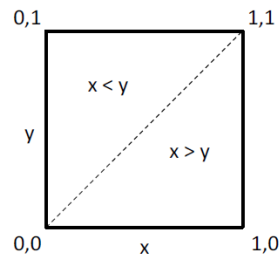
The Marshall-Olkin copula may be parameterized either by α and β (the usual definition), or by τ and s :

$$\alpha = \frac{(1 + \tau^s)\tau}{1 + \tau} \quad \beta = \frac{(1 + \tau^{-s})\tau}{1 + \tau}$$

where $-1 \leq s \leq 1$ controls the symmetry of the copula.



$$x = u^\alpha, \quad y = v^\beta$$



$$C(x, y) = \begin{cases} x^{\frac{1}{\alpha}-1} y^{\frac{1}{\beta}} & x \geq y \\ x^{\frac{1}{\alpha}} y^{\frac{1}{\beta}-1} & x \leq y \end{cases} = x^{\frac{1}{\alpha}-1} y^{\frac{1}{\beta}} \Theta(x-y) + x^{\frac{1}{\alpha}} y^{\frac{1}{\beta}-1} \Theta(y-x)$$

$$\Theta(x) = \int_0^x \delta(x') dx'$$

Heaviside

$$\Theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

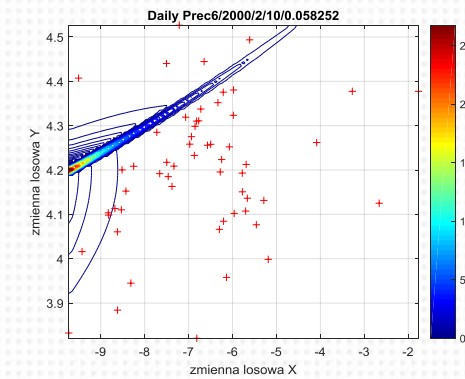
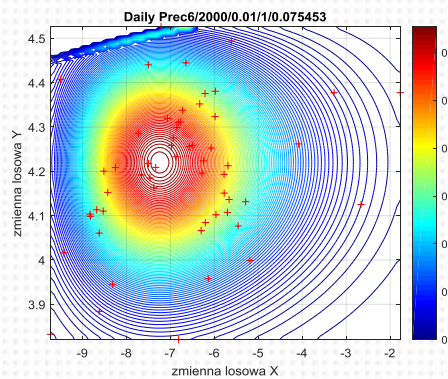
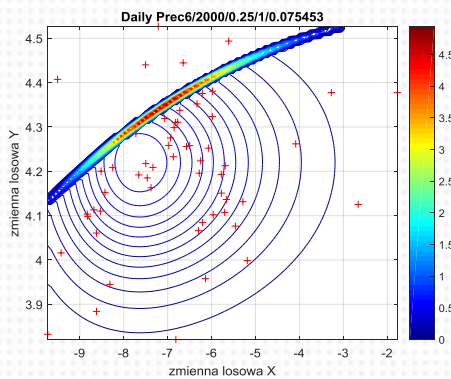
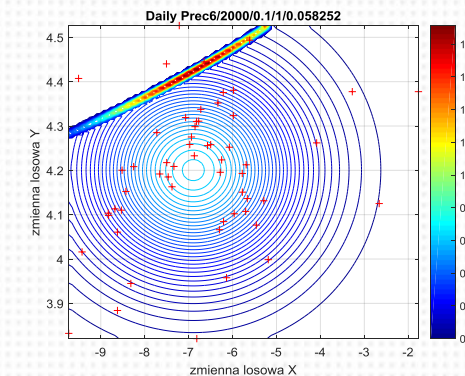
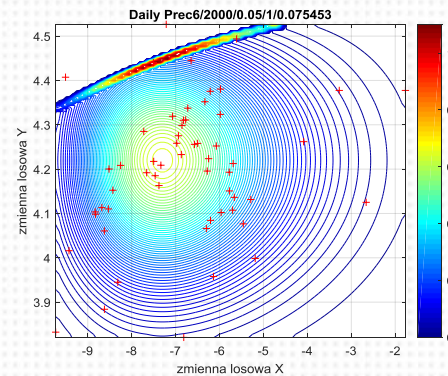
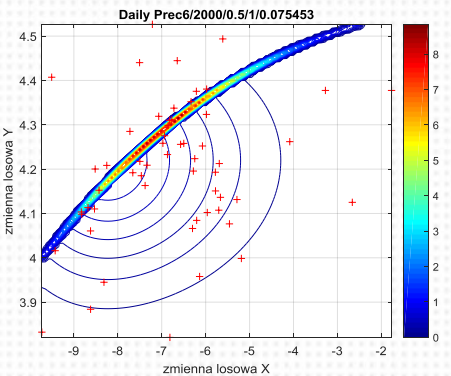
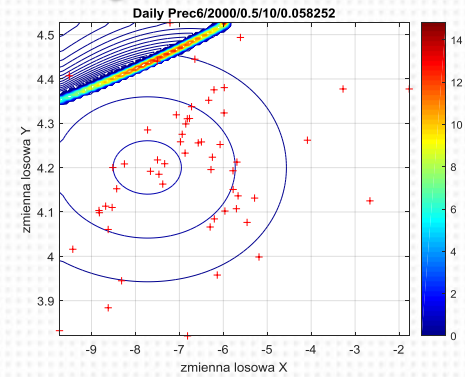
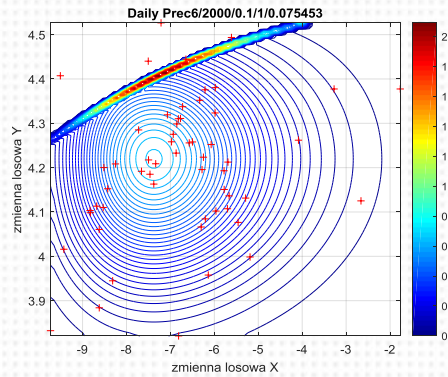
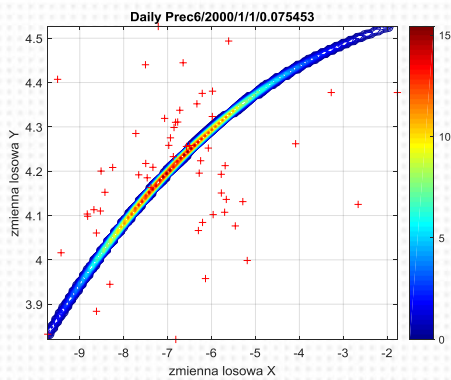
Dirac

$$\delta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \infty & x = 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases}$$

$$\frac{d\Theta(x)}{dx} = \delta(x)$$

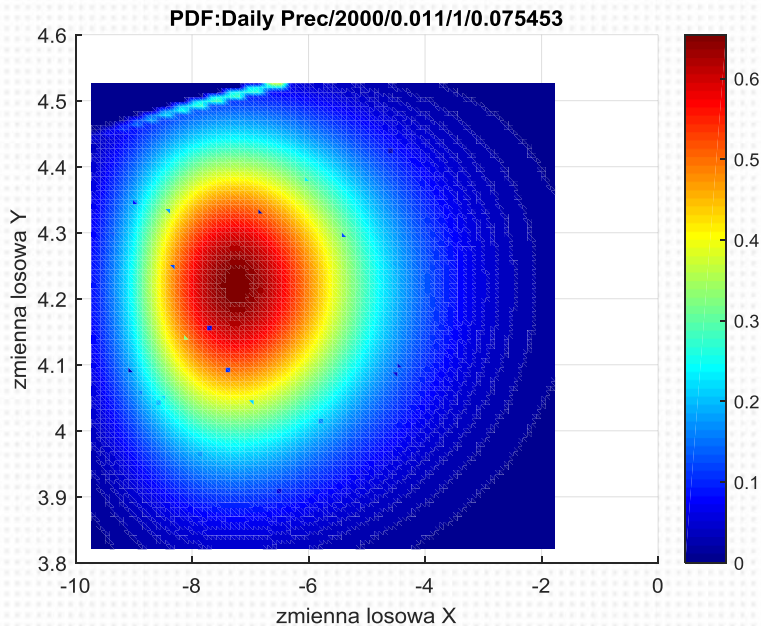
$$\int_{-b}^a \Theta(x) \delta(x) dx = \frac{1}{2} \quad a, b > 0$$

Przykłady Marshall - Olkin Copula



Obwiednia opadów maksymalnych

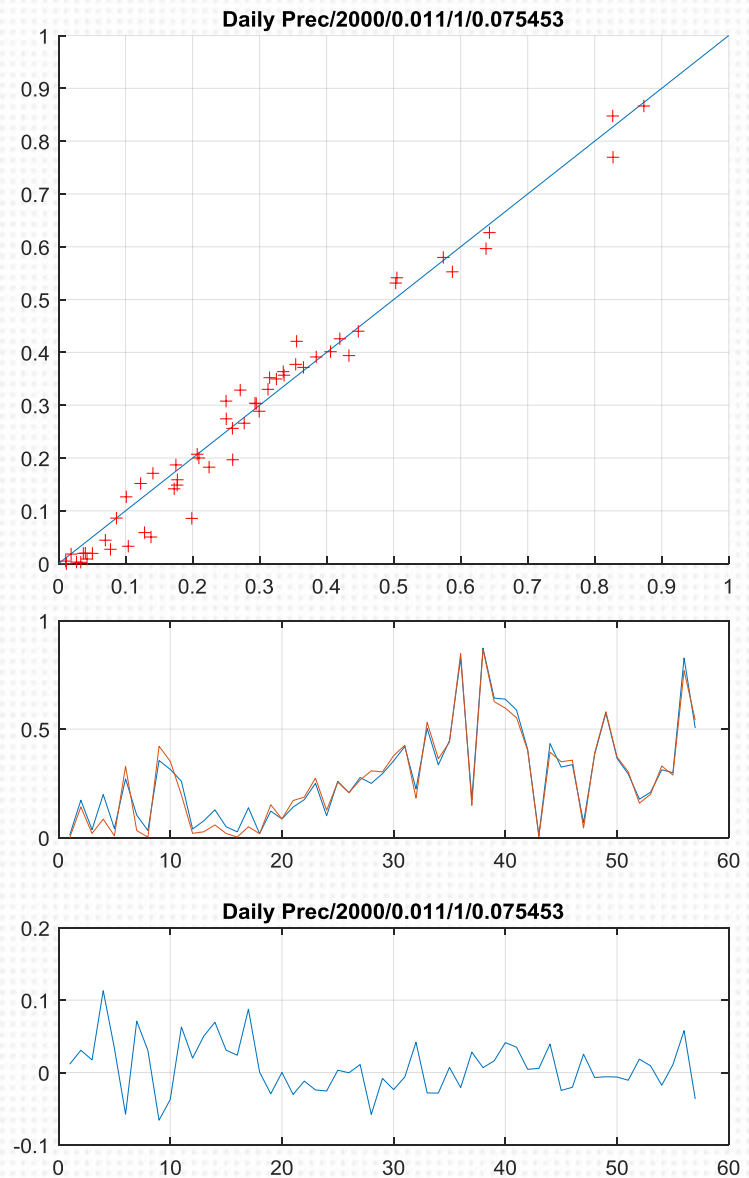
Marshall – Olkin Copula, GEV



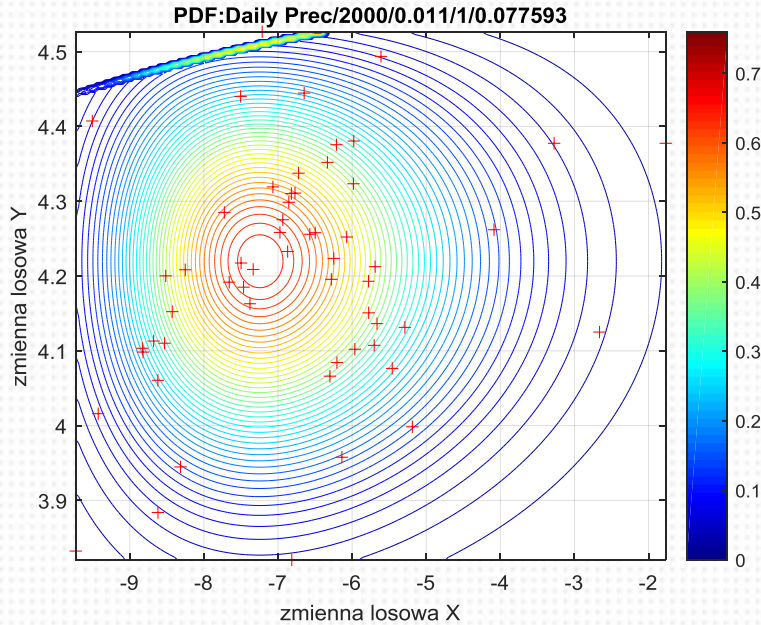
$$X = \log(1/A) \quad A [\text{km}^2]$$

$$Y = \log(H_{\max}) \quad H_{\max} [\text{mm}]$$

$$\mathbf{x}_{\text{opt}} = [0.011 \quad 1.00]$$

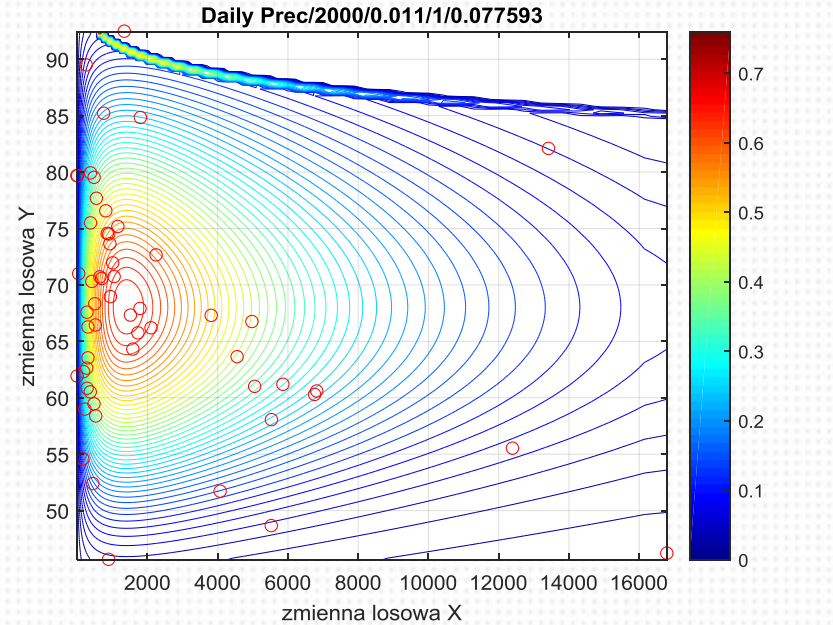


Wyznaczenie obwiedni - Marshall-Olkin Copula



$$X = \ln(1/A); \quad A [\text{km}^2]$$

$$Y = \ln(H_{\max}); \quad H_{\max} [\text{mm}]$$



$$X = A; \quad A [\text{km}^2]$$

$$Y = H_{\max}; \quad H_{\max} [\text{mm}]$$

General model:

$$f(x) = a \cdot x^b$$

fitresult =

General model:

$$f(x) = a \cdot x^b$$

Coefficients (with 95% confidence bounds):

$$a = 113.7 \quad (112.4, 114.9)$$

$$b = -0.02898 \quad (-0.0302, -0.02776)$$

Podsumowanie

Określono dla sum opadów dobowych

- wartości statystyk (MAX, MEAN, STD i Cv)
- trendy wartości statystyk
- wykonano analizę częstotliwościową statystyk
- zaprojektowano i obliczono parametry rozkładu dwuwymiarowego Marshal – Olkin Copula przy najlepszym dopasowaniu uogólnionych rozkładów wartości ekstremalnych (GEV)
- wyznaczono postać obwiedni MAX sumy opadów dobowych dla zlewni górnej Wisły i górnej i środkowej Odry

Dziękuję za uwagę